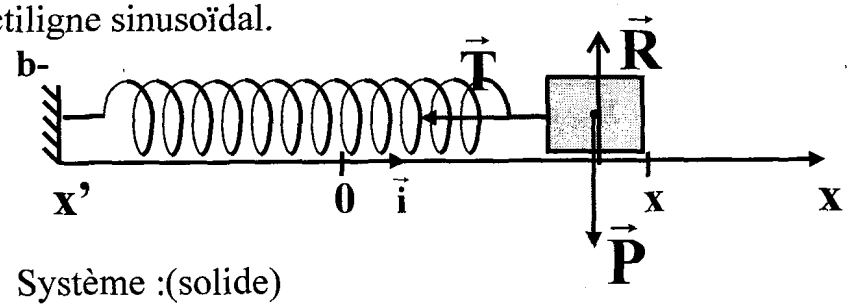
Exercice N° 3:

1°)

a- Le solide décrit un segment de droite et l'équation horaire est une fonction sinus. Donc le mouvement est rectiligne sinusoïdal.

b-



Système :(solide)

RDF. $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + m.\vec{a}$

Projection de la RFD sur l'axe

$-kx = ma \Rightarrow ma + kx = 0$

$\Rightarrow \frac{d^2X}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$

2°) Système (S,R)

a- $E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} K x^2$

b- $\frac{dE}{dt} = mVa + K x V = V(ma + Kx) = 0$

3°)

a- $E_p = \frac{1}{2} K x^2$ or $x = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

D'où $E_p = \frac{1}{2} K X_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

b- $T = \frac{T_0}{2} = \frac{2\pi}{2.\omega_0} = \frac{\pi}{\omega_0}$

4°)

a- $E = E_{c\,max} = 100.10^{-4}\ J = 10^{-2}\ J$

$E = \frac{1}{2} K X_m^2.$

$\Rightarrow K = \frac{2E}{X_m^2} = \frac{2.10^{-2}}{(0,02)^2} = 50.Nm^{-1}.$

$T = 2.100.10^{-3} = 0,2\ s$

b- $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0,2} = 10.\pi\ rad.S^{-1}$

$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow m = \frac{K}{\omega_0^2} \Rightarrow m = \frac{50}{(10\pi)^2} = 0,05Kg$

c- $E_c = \frac{1}{2} m.V^2$ or $V = X_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$E_c = \frac{1}{2} m.X_m^2.\omega_0^2.\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

Or $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ d'où $E_C = \frac{1}{2} K.X_m^2.\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

$E_c = 10^{-2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

À $t = 0$ $E_c(0) = 10^{-2}\cos^2(\varphi) = 5.10^{-4}$

$\Rightarrow \cos^2(\varphi) = 0,5 = \frac{1}{2}$

$\cos(\varphi) = \mp\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\varphi \in]0, \frac{\pi}{2}[\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$

À $t = 0$ $E_p = \frac{1}{2} K x_0^2 = 50.10^{-4}\ J$

$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 = 50.10^{-4}\ J$